

Eine Ladung Q bewegt sich mit der Geschwindigkeit v durch ein Magnetfeld der Stärke B . Ohne die Bewegungsrichtung und die Richtung des Magnetfeldes lässt sich keine Aussage machen! Durch Vektoren wird auch die Richtung angegeben:

\vec{v} = Geschwindigkeitsvektor der Ladung Q

\vec{B} = Magnetfeld (magnetische Flussdichte)

Auf die bewegte Ladung Q im \vec{B} -Feld wirkt die Lorentzkraft:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Hinweise zum Vektorprodukt:

Seien \vec{a} und \vec{b} Vektoren im \mathbb{R}^3 mit den Komponenten $a_k \in \mathbb{R}$ und $b_k \in \mathbb{R}$. Das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ ist gegeben durch

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - b_2 a_3 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Der Vektor $\vec{a} \times \vec{b}$ steht sowohl auf \vec{a} als auch auf \vec{b} senkrecht. Für den Betrag eines Vektors gilt (Pythagoras):

$$\left| \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{2}$$

Für den Betrag $|\vec{a} \times \vec{b}|$ des Vektorprodukts gilt

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi \tag{3}$$

dabei ist φ der Winkel zwischen den Vektoren \vec{a} und \vec{b} .

(Anmerkung: $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ist der Flächeninhalt des von \vec{a} und \vec{b} aufgespannten Parallelogramms.)

Aufgaben:

1. Die Lichtgeschwindigkeit ist $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Ein Elektron bewegt sich zu einem Zeitpunkt t_0 mit der Geschwindigkeit \vec{v} in dem Magnetfeld \vec{B} :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0, 2c \\ 0, 4c \\ 0, 1c \end{pmatrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 30mT \\ 10mT \\ 50mT \end{pmatrix}$$

Berechne die Lorentzkraft \vec{F} (und deren Betrag F), welche zu diesem Zeitpunkt¹ auf das Elektron wirkt.

2. Ein Elektron bewegt sich vom Koordinatenursprung aus mit der Geschwindigkeit $0,1c$ entlang der x -Achse. Welche Kraft wirkt auf das Elektron, wenn es auf ein Magnetfeld in y -Richtung mit der Stärke $B = 2T$ trifft?
3. Zeige: Wenn sich die Ladung Q senkrecht zum Magnetfeld bewegt ist der Betrag der Lorentzkraft $F = QvB$.
4. Ein Elektron wird in einer Kathodenstrahlröhre mit $5kV$ beschleunigt. Es trifft dann auf ein zur Bewegungsrichtung senkrecht verlaufendes Magnetfeld der Stärke $4,3T$. Welche Kraft F wirkt auf das Elektron?

¹Beim Durchqueren des Magnetfeldes ändert sich der Geschwindigkeitsvektor des Elektrons durch die Lorentzkraft ständig.

Sei \vec{s} die Länge und Richtung eines geraden Leiterstücks, welches von einem konstanten Strom der Stärke I durchflossen wird. Der Leiter befindet sich in einem zeitlich konstanten homogenen Magnetfeld \vec{B} und schließt mit den Feldlinien den Winkel φ ein.

Allgemein lässt sich eine Gesamtladung Q als Integral über die Ladungselemente dQ darstellen. Für die Stromstärke gilt $I = \frac{dQ}{dt}$ und damit $dQ = I dt$. Sei $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$ die Geschwindigkeit der Elektronen im Leiter, man erhält also:

$$Q \cdot \vec{v} = \int dQ \cdot \vec{v} = \int I dt \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \int I d\vec{s} = I \cdot \vec{s}$$

Für die Lorentzkraft folgt damit:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = I \cdot \vec{s} \times \vec{B}$$

Wegen $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$ erhalten wir die Betragsgleichung:

$$F = I s B \sin \varphi \tag{4}$$

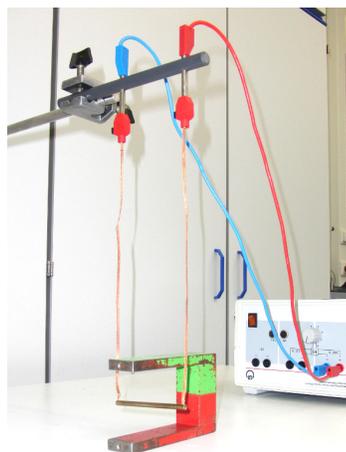
1. Aufgabe:

Ein Leiter von $2,5\text{cm}$ Länge führt einen Strom von 20A . Er erfährt die Kraft von $0,4\text{mN}$ wenn er senkrecht zu den Feldlinien eines Magnetfeldes \vec{B} steht.

- (a) Wie stark ist das Magnetfeld ?
- (b) Welche Kraft wirkt auf den Leiter, nachdem die magnetische Flussdichte auf 1T verändert wurde ?
- (c) Wie muss die Länge des Leiters verändert werden, damit im 1T Feld eine Kraft von 2N wirkt ?
- (d) Auf die Oberleitung einer Bahnstecke, welche senkrecht zum Erdmagnetfeld der Stärke $14\mu\text{T}$ verläuft, wirkt eine Kraft von $4,6\text{N}$ zwischen zwei Strommasten im Abstand von 62m . Berechne die Stromstärke in der Leitung.

2. Aufgabe:

Ein $s = 12\text{cm}$ langes Leiterstück der Masse $m = 5\text{g}$ hängt an zwei jeweils 40cm langen Fäden, deren Masse vernachlässigt werden kann, in einem homogenen (in vertikaler Richtung verlaufenden) Magnetfeld. Durch den Leiter wird ein Strom der Stärke I geschickt. Dadurch wird der Leiter um den Winkel α ausgelenkt²



- (a) Durch welche Kraft wird die Leiterschaukel ausgelenkt ?
- (b) Beschreibe die "Drei Finger Regel der linken Hand"
- (c) Fertige eine Skizze mit Kraftvektoren an. Leite eine allgemeine Formel für die magnetische Flussdichte B her. Durch Einsetzen der Werte für m, s, I und α soll sich mit der Formel der Wert für B errechnen lassen.
- (d) Berechne die magnetische Flussdichte B wenn $I = 250\text{mA}$ und $\alpha = 4^\circ$.

² α ist **nicht** der Winkel aus Gleichung (4). Der Winkel zwischen Leiterstück und Feldlinien bleibt unverändert (hier $\varphi = 90^\circ$).