

Ein Quantenobjekt läuft durch einen Spalt der Breite b . Sei x_M die Mitte eines Spaltes, dann kann man mit Sicherheit sagen, dass das Teilchen "an der Stelle"

$$x = x_M \pm \frac{b}{2}$$

durch den Spalt gelaufen ist. Die Ortsunschärfe kann hier als $\Delta x = \frac{b}{2}$ definiert werden. Jetzt verkleinert man den Spalt immer weiter um die Position genauer zu bestimmen. Aufgrund der Wellennatur treten Beugungseffekte auf. Je kleiner der Spalt, desto ausgedehnter das Interferenzmuster auf einem Beobachtungsschirm. Die Bewegungsrichtung (Richtungsvektor) des einzelnen Teilchens ist also beim Durchlaufen des Spaltes ebenfalls nur mit einer gewissen Unschärfe bekannt. Durch die Beugung entsteht eine zusätzliche Impulsunschärfe Δp_x **in Richtung** Δx .

Heisenberg'sche Unschärferelation:

Es ist unmöglich Ort und Impuls eines Quantenobjektes gleichzeitig exakt zu bestimmen! Für **Ortsunschärfe** Δx und **Impulsunschärfe** Δp_x (im Folgenden einfach als Δp bezeichnet) gilt

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

wobei $\hbar := \frac{h}{2\pi} \approx 10^{-34} Js$ das **reduzierte Plancksche Wirkungsquantum**¹ ist. Die Heisenberg'sche Unschärferelation lässt sich also auch schreiben als:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Die **Unschärfe ist prinzipieller Natur!** Sie resultiert aus den Wellencharakter der Materie.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten Δx zu definieren. Die Abschätzung in (1) ist abhängig von der Definition der Ortsunschärfe. Wird Δx als Spaltbreite definiert ($\Delta x = b$), so gilt z.B. $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$.

Aufgaben:

1. Der Ort eines Körpers der Masse $350g$ wird mit blauem Licht bis auf dessen Wellenlänge von $\lambda = 420nm$ genau ermittelt. Mit welcher Genauigkeit lässt sich die Geschwindigkeit v der Masse angeben?
2. Löse A1 für Fruchtfliege ($0,2\mu g$), Bakterie ($10^{-15}kg$) und DNA Molekül ($1,65 \cdot 10^{-21}kg$).
3. Ein Goldatom $m = 10^{-25}kg$ soll bis auf eine Unschärfe von $\Delta x = 10^{-10}m$ lokalisiert werden.

¹Der Wert des **planckschen Wirkungsquantums** $h = 2\pi\hbar$ beträgt $h \approx 6,626 \cdot 10^{-34} Js$.

