

Zwischen zwei Massen  $M$  und  $m$ , deren Schwerpunkte den Abstand  $r$  von einander haben, wirkt die Anziehungskraft

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2} \quad (1)$$

Dabei ist  $\gamma \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$  die Gravitationskonstante (oft auch mit  $G$  oder  $\Gamma$  bezeichnet).

### Beispiel:

Zwei Personen mit den Massen  $53kg$  und  $61kg$  sitzen nebeneinander, so dass ihre Schwerpunkte eine Entfernung von  $50cm$  von einander haben. Dann wirkt die Anziehungskraft

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{53kg \cdot 61kg}{(0,5m)^2} \approx 8,6 \cdot 10^{-7} N = 0,86 \mu N.$$

### 1. Aufgabe:

Die Erde hat eine Masse von ca.  $6 \cdot 10^{24}kg$  und einen mittleren Radius von  $6370km$ .

- Welchen Abstand hat der Schwerpunkt der Erde vom Schwerpunkt einer Person, die auf der Erdoberfläche steht?
- Welche Anziehungskraft ergibt sich nach (1) wenn die Person eine Masse von  $75kg$  hat ?
- Berechne aus (1) und der bekannten Gleichung  $F = mg$  die Fallbeschleunigung  $g$  der Erde.

### 2. Aufgabe:

- Die Masse der Sonne  $M_{\odot}$  ist ca. 332000 mal so groß wie die Masse der Erde. Der Sonnenradius  $R_{\odot}$  beträgt ca. 109 Erdradien.
  - Berechne  $M_{\odot}$  und  $R_{\odot}$
  - Berechne die Fallbeschleunigung auf der Sonnenoberfläche.
- Die Masse des Pluto beträgt etwa  $1,25 \cdot 10^{22}kg$ . Auf seiner Oberfläche wirkt eine Fallbeschleunigung von  $0,58 \frac{N}{kg}$ . Berechne den Radius des Pluto.
- Ein bestimmter PKW wiegt nach Angabe des Herstellers  $1375kg$ . Vergleiche die Gewichtskraft des Autos auf dem Pluto mit der Gewichtskraft von drei Packungen Milch auf der Sonnenoberfläche.



### 3. Aufgabe:

Auf der Oberfläche eines Himmelskörpers erfährt eine stehende Person an den Füßen eine etwas größere Gewichtskraft als am Kopf, weil der Kopf (um die Körpergröße) weiter vom Zentrum des Planeten entfernt ist.

- Wie groß ist dieser Kraftunterschied für eine  $1,70m$  große Person der Masse  $70kg$  auf der Erde?
- Wie groß ist der Kraftunterschied in  $1000km$  Entfernung zu einem Schwarzen Loch mit  $3M_{\odot}$  (Die Person ist wieder parallel zu den Feldlinien des Gravitationsfeldes)? Was bedeutet das für einen Astronauten, der sich einem Schwarzen Loch nähert?

### 4. Aufgabe:

Recherchiere für alle Planeten des Sonnensystems den Abstand  $d$  zur Sonne und die Umlaufdauer  $T$ . Ermittle die Bahngeschwindigkeit  $v$  (Tangentialgeschwindigkeit) und erstelle ein  $d, v$ -Diagramm. Dabei soll der Abstand  $d$  auf der waagerechten Achse und die Bahngeschwindigkeit  $v$  auf der senkrechten Achse aufgetragen werden.

Die Energie, welche ein Körper der Masse  $m$  benötigt um sich aus dem Gravitationsfeld eines kugelsymmetrischen Himmelskörpers mit dem Radius  $R$  und der Masse  $M$  zu lösen ist:

$$E = \int_R^\infty \frac{\gamma M m}{r^2} dr = \gamma M m \left[ -\frac{1}{r} \right]_R^\infty = \frac{\gamma M m}{R}$$

Diese Energie soll in Form von kinetischer Energie aufgebracht werden:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{\gamma M m}{R} \quad (2)$$

Aus (2) folgt, dass ein Körper mindestens die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} \quad (3)$$

besitzen muss. Die Geschwindigkeit, welche ein Körper benötigt um sich aus dem Gravitationsfeld der Erde zu lösen, nennt man **zweite kosmische Geschwindigkeit**. Die Geschwindigkeit, welche ein Körper benötigt um sich **von der Erde aus** vollständig aus dem Sonnensystem zu entfernen nennt man **dritte kosmische Geschwindigkeit**.

### 1. Aufgabe:

Berechne die zweite und dritte Kosmische Geschwindigkeit.<sup>1</sup>

### 2. Aufgabe: (schwarze Löcher)

Das Objekt mit der Bezeichnung M 33 X-7 besitzt knapp die 16-fache Masse unserer Sonne und ist Teil eines Doppelsternsystems. Forscher des Max-Planck-Instituts für extraterrestrische Physik waren maßgeblich daran beteiligt, das Schwarze Loch zu „wiegen“.

- Welche Geschwindigkeit wird mindestens benötigt, um dem schwarzen Loch M 33 X-7 noch entkommen zu können, wenn man sich in einem Abstand von  $1AE$  befindet ?
- Bis auf welchen Abstand könnte man sich theoretisch dem schwarzen Loch maximal nähern, um überhaupt noch entkommen zu können ?
- Warum wird alles innerhalb dieses so genannten **Ereignishorizontes** in das schwarze Loch fallen ?

### 3. Aufgabe:

Aus dem Jahrbuch 2003 - Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik<sup>2</sup>:

“Eine zentrale Standardhypothese der modernen Astronomie ist, dass supermassive Schwarze Löcher von mehreren Millionen bis Milliarden Sonnenmassen in den Kernen beinahe aller Galaxien existieren. Im Zentrum unserer Heimatgalaxie, der Milchstraße, verbirgt sich eine rätselhafte Quelle von Radio- und Röntgenstrahlung, Sagittarius A\* (Sgr A\*), von der man seit langer Zeit glaubt, dass sie durch ein solches super-massives schwarzes Loch erzeugt wird. Radioastronomische Beobachtungen zeigen, dass sich Sgr A\* exakt im Zentrum der Milchstraße befindet und relativ zu den Sternen in seiner Umgebung nicht bewegt [2]. Dies bedeutet, dass Sgr A\* eine Masse von wenigstens einigen tausend Sonnenmassen besitzt, welche in ein Volumen von weniger als 1 Astronomische Einheit konzentriert ist. Dies macht Sgr A\* zu einem viel versprechenden Kandidaten für ein supermassives Schwarzes Loch.” Berechne näherungsweise den Ereignishorizont von Sgr A\*

### 4. Aufgabe:

Sei  $M$  die Masse der zentralen Gravitationsquelle (z.B. Sonne) und  $m$  die Masse eines Körpers, der  $M$  auf einem näherungsweise kreisförmigen Orbit mit Radius  $r$  umrundet. Sei  $m \ll M$ , so dass  $m$  gegenüber  $M$  vernachlässigt werden kann. Das dritte Keplersche Gesetz lautet in diesen Fall:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M} \quad (4)$$

Leite Gleichung (4) her. Berechne die Masse der Sonne.

<sup>1</sup>Daten:  $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ , Masse der Erde  $M_E \approx 6 \cdot 10^{24} kg$ , Masse der Sonne  $M_\odot \approx 1,99 \cdot 10^{30} kg$ , Erdradius  $R_E \approx 6370 km$   
Der mittlere Abstand zwischen Sonne und Erde ist eine **astronomische Einheit (AE)**,  $1AE = 149,6 \cdot 10^6 km$

<sup>2</sup>Genzel, Reinhard; Schödel, Rainer; Ott, Thomas Abteilung Infrarot- und Submillimeter-Astronomie, 85748 Garching