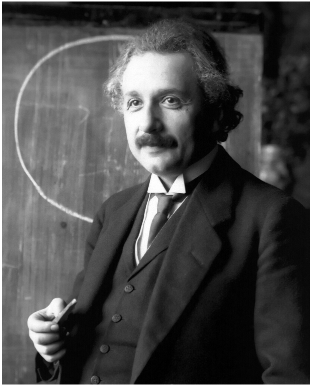
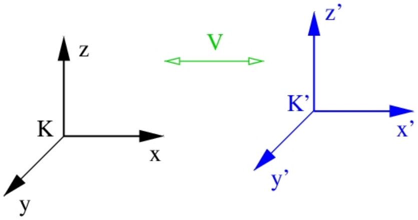


Bild: Wikipedia

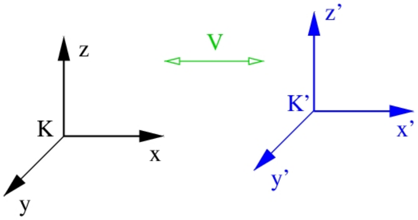
Albert Einstein

Geschwindigkeitsaddition **parallel** zur Relativbewegung der Systeme



Sei v'_x die Geschwindigkeit eines Objekts gemessen in K'

Geschwindigkeitsaddition **parallel** zur Relativbewegung der Systeme

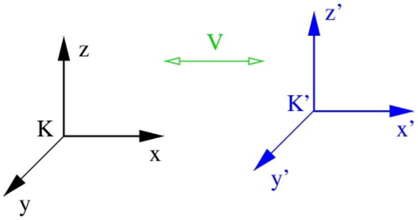


Sei v'_x die Geschwindigkeit eines Objekts gemessen in K'

Galilei-Transformation: $v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[x' + Vt\right] = \frac{dx'}{dt} + V = v'_x + V$

$\rightarrow$ Klassische Geschwindigkeitsaddition würde $v > c$ erlauben.

Geschwindigkeitsaddition **parallel** zur Relativbewegung der Systeme



Sei v_x' die Geschwindigkeit eines Objekts gemessen in K'

Galilei-Transformation: $v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[x' + Vt\right] = \frac{dx'}{dt} + V = v_x' + V$

$\rightarrow$ Klassische Geschwindigkeitsaddition würde $v > c$ erlauben.

In der SRT ist aber immer $v \leq c$

Geschwindigkeitsaddition **parallel** zur Relativbewegung der Systeme mit der Lorentztransformation:

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\,, \quad x = \frac{t'V + x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\,, \quad y = y'\,, \quad z = z'$$

Geschwindigkeitsaddition **parallel** zur Relativbewegung der Systeme mit der Lorentztransformation:

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{t'V + x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z'$$

Zunächst berechnen wir daraus die Ableitungen

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1 + \frac{V}{c^2} \cdot \frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right) \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}_{\gamma} = \left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right) \gamma$$

Geschwindigkeitsaddition **parallel** zur Relativbewegung der Systeme mit der Lorentztransformation:

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\,, \quad x = \frac{t'V + x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\,, \quad y = y'\,, \quad z = z'$$

Zunächst berechnen wir daraus die Ableitungen

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1 + \frac{V}{c^2} \cdot \frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right) \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}_{\gamma} = \left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right) \gamma$$

und

$$\frac{dx}{dt'} = \frac{V + \frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{V + v_x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \left(V + v_x'\right) \gamma$$

Die Geschwindigkeit $v_x = \frac{dx}{dt}$ aus Sicht von System K ergibt sich

durch Division der beiden Ableitungen $\frac{dx}{dt'}$ und $\frac{dt}{dt'}$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{(V + v_x')\,\gamma}{\left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right)\gamma} = \frac{V + v_x'}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'}$$

Die Geschwindigkeit $v_x = \frac{dx}{dt}$ aus Sicht von System K ergibt sich

durch Division der beiden Ableitungen $\frac{dx}{dt'}$ und $\frac{dt}{dt'}$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{\left(V + v_x'\right)\gamma}{\left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right)\gamma} = \frac{V + v_x'}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'}$$

Sei $v_1 = V$ und $v_2 = v_x'$ dann ergibt sich für die relativistische Geschwindigkeitsaddition $v_{\mathrm{sum}} = v_x$ **paralleler** Bewegungen:

$$v_{\mathrm{sum}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Die Geschwindigkeit $v_x = \frac{dx}{dt}$ aus Sicht von System K ergibt sich

durch Division der beiden Ableitungen $\frac{dx}{dt'}$ und $\frac{dt}{dt'}$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{(V + v_x')\,\gamma}{\left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right)\gamma} = \frac{V + v_x'}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'}$$

Sei $v_1 = V$ und $v_2 = v_x'$ dann ergibt sich für die relativistische Geschwindigkeitsaddition $v_{\text{sum}} = v_x$ **parralleler** Bewegungen:

$$v_{\text{sum}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Im Grenzfall $v_1 \ll c$ und $v_2 \ll c$ ist $1 + \frac{v_1 v_2}{c^2} \approx 1$

$\rightarrow$ Klassische Addition bei **kleinen** Geschwindigkeiten!

Beispiel 1: Sei $v_1 = 0,5c$ und $v_2 = 0,8c$ (parallel)

Beispiel 1: Sei $v_1 = 0,5c$ und $v_2 = 0,8c$ (parallel)

Klassische Addition $0,5c + 0,8c = 1,3c > c$ unmöglich

Beispiel 1: Sei $v_1 = 0,5c$ und $v_2 = 0,8c$ (parallel)

Klassische Addition $0,5c + 0,8c = 1,3c > c$ unmöglich

Relativistische Addition:

$$v_{\text{sum}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{0,5c + 0,8c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,8c}{c^2}} = \frac{1,3c}{1,4} \approx 0,93c$$

Beispiel 1: Sei $v_1 = 0,5c$ und $v_2 = 0,8c$ (parallel)

Klassische Addition $0,5c + 0,8c = 1,3c > c$ unmöglich

Relativistische Addition:

$$v_{\mathrm{sum}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{0,5c + 0,8c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,8c}{c^2}} = \frac{1,3c}{1,4} \approx 0,93c$$

Beispiel 2: Sei $v_1 = v_2 = c$ (parallel)

Beispiel 1: Sei $v_1 = 0,5c$ und $v_2 = 0,8c$ (parallel)

Klassische Addition $0,5c + 0,8c = 1,3c > c$ unmöglich

Relativistische Addition:

$$v_{\text{sum}} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{0,5c + 0,8c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,8c}{c^2}} = \frac{1,3c}{1,4} \approx 0,93c$$

Beispiel 2: Sei $v_1 = v_2 = c$ (parallel)

Relativistische Addition:

$$v_{\text{sum}} = \frac{c + c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = \frac{2c}{2} = c$$

Was wenn die beiden Geschwindigkeiten nicht parallel sind?

Was wenn die beiden Geschwindigkeiten nicht parallel sind?

Für $\vec{v} = (v_x \mid v_y \mid v_z)^\top$ fehlen noch die Komponenten v_y und v_z

Was wenn die beiden Geschwindigkeiten nicht parallel sind?

Für $\vec{v} = (v_x \mid v_y \mid v_z)^\top$ fehlen noch die Komponenten v_y und v_z

Wegen $y = y'$ ist

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{\frac{dy'}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{v_y'}{\left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right)\gamma} = \frac{v_y' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'}$$

Was wenn die beiden Geschwindigkeiten nicht parallel sind?

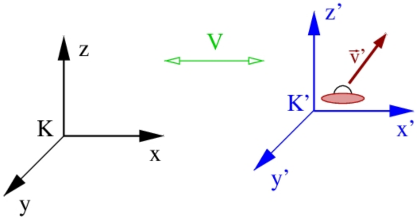
Für $\vec{v} = (v_x \mid v_y \mid v_z)^\top$ fehlen noch die Komponenten v_y und v_z

Wegen $y = y'$ ist

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{\frac{dy'}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{v_y'}{\left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right)\gamma} = \frac{v_y' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'}$$

und analog

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{\frac{dz}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{\frac{dz'}{dt'}}{\frac{dt}{dt'}} = \frac{v_z'}{\left(1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'\right)\gamma} = \frac{v_z' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v_x'}$$



Sei $\vec{v}' = \left(v'_x \mid v'_y \mid v'_z\right)^\top$ die Geschwindigkeit in K', dann ist in K:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{1}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v'_x} \begin{pmatrix} v'_x + V \\ v'_y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \\ v'_z \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \end{pmatrix}$$

Relativistsiche Effekte betreffen auch Masse und Energie:

$$m_{\text{rel}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E_{\text{rel}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dabei ist $E_0 = mc^2$ die Ruheenergie.

Relativistsiche Effekte betreffen auch Masse und Energie:

$$m_{\text{rel}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E_{\text{rel}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dabei ist $E_0 = mc^2$ die Ruheenergie.

Bei Zunahme der Geschwindigkeit einer Masse m wird also auch die relativistische Masse immer größer. Dadurch wird auch immer mehr Energie benötigt um die Masse weiter zu beschleunigen.

Relativistsiche Effekte betreffen auch Masse und Energie:

$$m_{\text{rel}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E_{\text{rel}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dabei ist $E_0 = mc^2$ die Ruheenergie.

Bei Zunahme der Geschwindigkeit einer Masse m wird also auch die relativistische Masse immer größer. Dadurch wird auch immer mehr Energie benötigt um die Masse weiter zu beschleunigen.

Lichtgeschwindigkeit innerhalb der Raumzeit kann **nicht** erreicht werden von Objekten / Teilchen, die Masse besitzen!

Relativistsiche Effekte betreffen auch Masse und Energie:

$$m_{\text{rel}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E_{\text{rel}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dabei ist $E_0 = mc^2$ die Ruheenergie.

Bei Zunahme der Geschwindigkeit einer Masse m wird also auch die relativistische Masse immer größer. Dadurch wird auch immer mehr Energie benötigt um die Masse weiter zu beschleunigen.

Lichtgeschwindigkeit innerhalb der Raumzeit kann **nicht** erreicht werden von Objekten / Teilchen, die Masse besitzen!

Photonen haben keine Masse, ihre Energie ist $E = hf$

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!