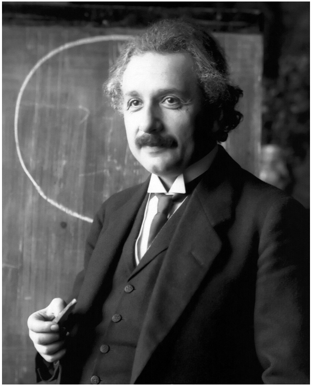


Bild: Wikipedia

Albert Einstein

Betrachten wir zwei Inertialsysteme K und K' mit der Relativgeschwindigkeit V

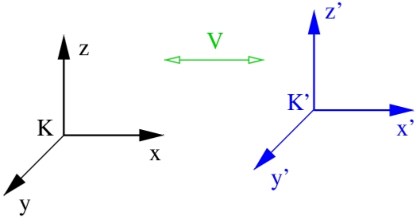
Betrachten wir zwei Inertialsysteme K und K' mit der Relativgeschwindigkeit V

Um die Rechnungen **möglichst einfach** zu halten, wählen wir die Koordinatensysteme so, dass die **Relativbewegung in Richtung einer Koordinatenachse** verläuft.

Betrachten wir zwei Inertialsysteme K und K' mit der Relativgeschwindigkeit V

Um die Rechnungen **möglichst einfach** zu halten, wählen wir die Koordinatensysteme so, dass die **Relativbewegung in Richtung einer Koordinatenachse** verläuft.

Koordinatensysteme können z.B. so gewählt werden, dass die Bewegung in $x-$Richtung erfolgt! (Achsen x und x' parallel)



Die Lorentztransformation

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\,, \quad x = \frac{t'V + x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\,, \quad y = y'\,, \quad z = z'$$

lässt den 4-dim Raumzeitabstand ds^2 unverändert!

Die Lorentztransformation

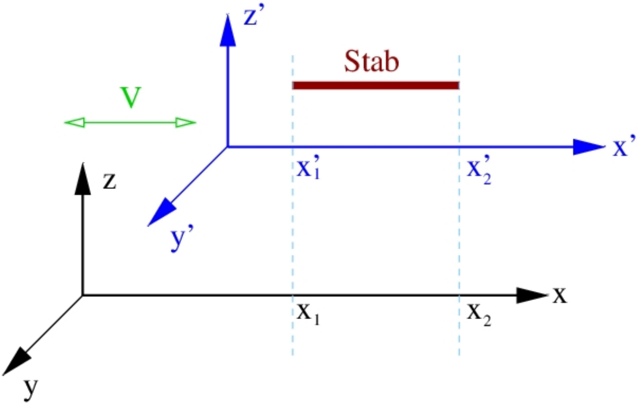
$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{t'V + x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z'$$

lässt den 4-dim Raumzeitabstand ds^2 unverändert!

Koordinatentransformation geht in beide Richtungen:

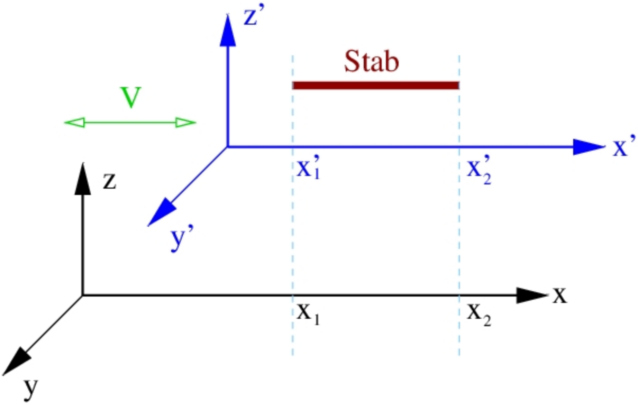
Auflösen nach t' und x' ergibt die Rücktransformation:

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z$$



Angenommen K' sei das Ruhesystem des Stabs der Eigenlänge L_0:

Transformation von Längen



Angenommen K' sei das Ruhesystem des Stabs der Eigenlänge L_0:

In K' ist also $\Delta x' = x_2' - x_1' = L_0$

In K wird für den Stab die Länge $\Delta x = x_2 - x_1$ gemessen.

In K wird für den Stab die Länge $\Delta x = x_2 - x_1$ gemessen.

Anwenden der (Lorentz-) Rücktransformation ergibt

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

In K wird für den Stab die Länge $\Delta x = x_2 - x_1$ gemessen.

Anwenden der (Lorentz-) Rücktransformation ergibt

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

also

$$\Delta x = \Delta x' \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = L_0 \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

In K wird für den Stab die Länge $\Delta x = x_2 - x_1$ gemessen.

Anwenden der (Lorentz-) Rücktransformation ergibt

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

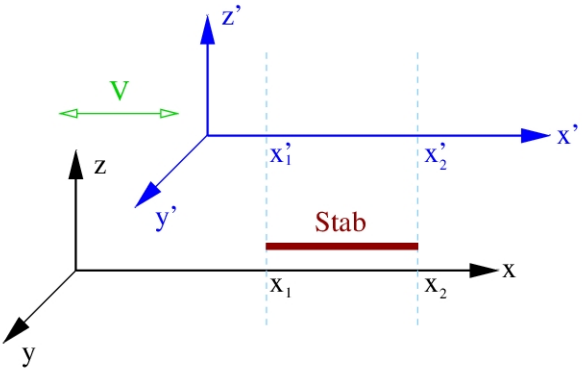
also

$$\Delta x = \Delta x' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

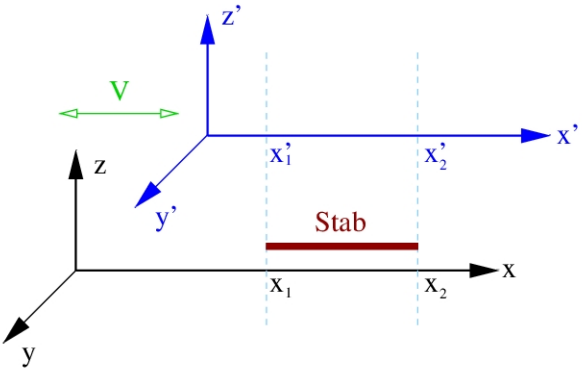
Stab der **Eigenlänge** L_0 hat in dem anderen Koordinatensystem die Länge

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Was wenn K das Ruhesystem des Stabs der Eigenlänge L_0 ist?



Was wenn K das Ruhesystem des Stabs der Eigenlänge L_0 ist?



In K ist $\Delta x = x_2 - x_1 = L_0$

Mit $\Delta x = L_0$ und der **Lorentztransformation** ergibt sich

$$\Delta x \;=\; x_2 - x_1 \;=\; \frac{t'V + x_2'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - \frac{t'V + x_1'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \;=\; \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \;=\; \frac{\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Mit $\Delta x = L_0$ und der **Lorentztransformation** ergibt sich

$$\Delta x \;=\; x_2 - x_1 \;=\; \frac{t'V + x_2'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{t'V + x_1'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \;=\; \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \;=\; \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

also

$$\Delta x' = \Delta x \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Mit $\Delta x = L_0$ und der **Lorentztransformation** ergibt sich

$$\Delta x \;=\; x_2 - x_1 \;=\; \frac{t'V + x_2'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - \frac{t'V + x_1'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \;=\; \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \;=\; \frac{\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

also

$$\Delta x' = \Delta x \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = L_0 \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Wieder kommen wir zu dem Ergebnis:
Stab der **Eigenlänge** L_0 hat in dem anderen Koordinatensystem die Länge

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Zug der Länge $100m$ bewegt sich mit Geschwindigkeit V

Bildquelle: Wikipedia CC BY-SA 4.0

Länge aus Sicht des Bahnsteigs $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$:

Zug der Länge 100m bewegt sich mit Geschwindigkeit V

Bildquelle: Wikipedia CC BY-SA 4.0

Länge aus Sicht des Bahnsteigs $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$:

Bei $V = 200\frac{km}{h}$ ergibt sich $L \approx 99.999999999998\, m$

Zug der Länge $100m$ bewegt sich mit Geschwindigkeit V

Bildquelle: Wikipedia CC BY-SA 4.0

Länge aus Sicht des Bahnsteigs $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$:

Bei $V = 200\frac{km}{h}$ ergibt sich $L \approx 99.999999999998\,m$

Verkürzung um weniger als $2\,pm$ (Atomdurchmesser $\sim$ 100pm)

Zug der Länge $100m$ bewegt sich mit Geschwindigkeit V

Bildquelle: Wikipedia CC BY-SA 4.0

Länge aus Sicht des Bahnsteigs $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$:

Bei $V = 200 \frac{km}{h}$ ergibt sich $L \approx 99.999999999998\, m$

Verkürzung um weniger als $2\, pm$ (Atomdurchmesser $\sim$ 100pm)

Bei $V = 99\%\, c$ ergibt sich $L \approx 14\, m$

Die relativistische Längenkontraktion

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

spielt für Alltagsgeschwindigkeiten keine Rolle!

Die relativistische Längenkontraktion

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

spielt für Alltagsgeschwindigkeiten keine Rolle!

Ab wann sollte relativistsich gerechnet werden?

Die relativistische Längenkontraktion

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

spielt für Alltagsgeschwindigkeiten keine Rolle!

Ab wann sollte relativistsich gerechnet werden?

Abweichung ist 5% bei $0,95 = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$

$$V = \sqrt{1 - 0,95^2} \cdot c \approx 0,3\,c$$

Die relativistische Längenkontraktion

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

spielt für Alltagsgeschwindigkeiten keine Rolle!

Ab wann sollte relativistsich gerechnet werden?

Abweichung ist 5% bei $0,95 = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$

$$V = \sqrt{1 - 0,95^2} \cdot c \approx 0,3\,c$$

Bei 30% Lichtgeschwindigkeit verkürzt sich ein Objekt um ca. 5%

Die relativistische Längenkontraktion

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

spielt für Alltagsgeschwindigkeiten keine Rolle!

Ab wann sollte relativistsich gerechnet werden?

Abweichung ist 5% bei $0,95 = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$

$$V = \sqrt{1 - 0,95^2} \cdot c \approx 0,3\,c$$

Bei 30% Lichtgeschwindigkeit verkürzt sich ein Objekt um ca. 5%
Bei 14% Lichtgeschwindigkeit verkürzt sich ein Objekt um ca. 1%

Weiter geht es in Teil 6 ...