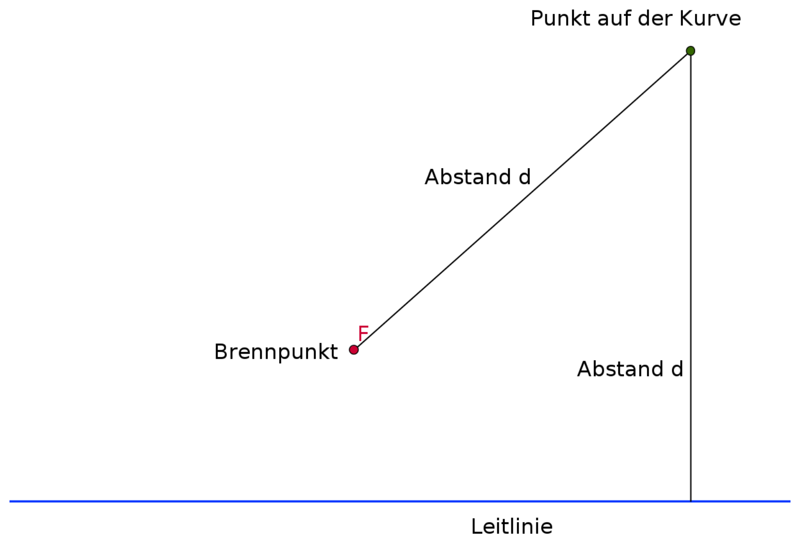
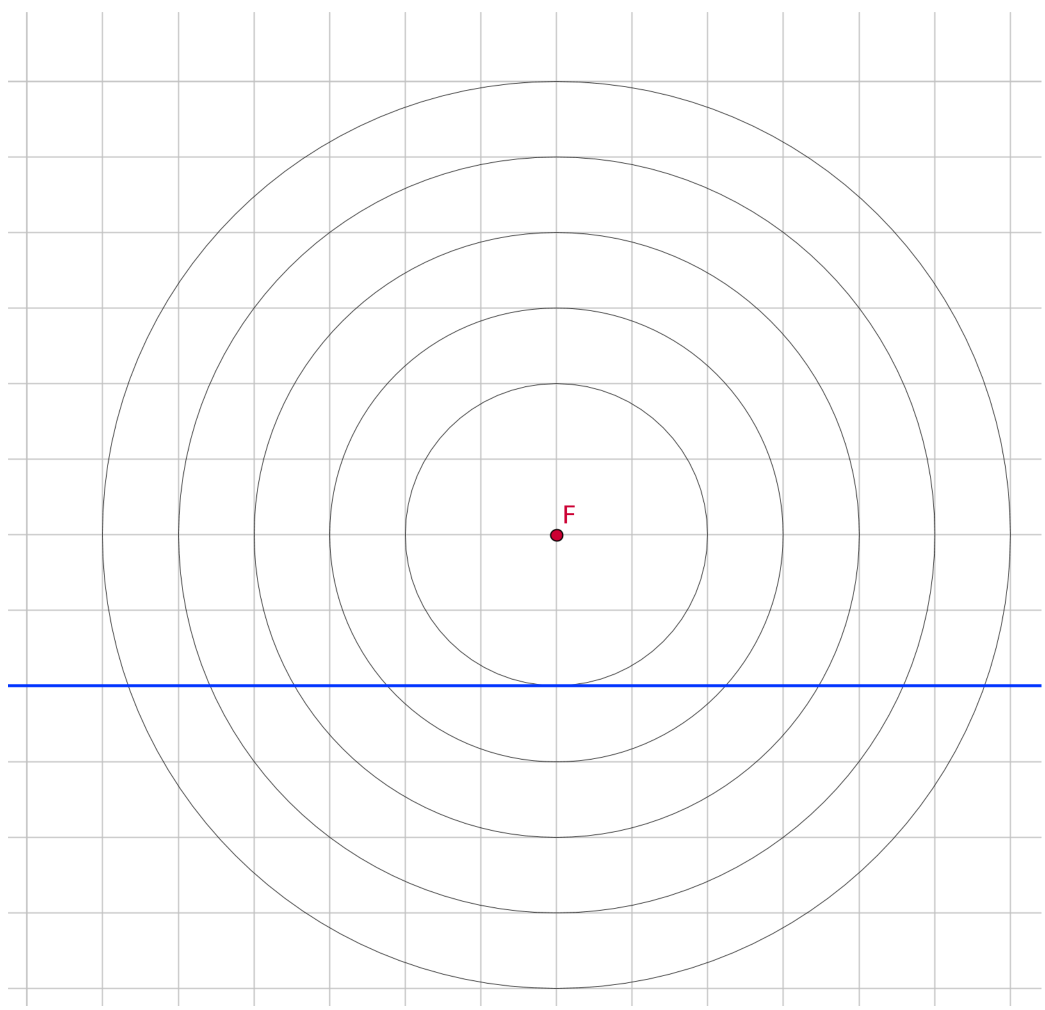
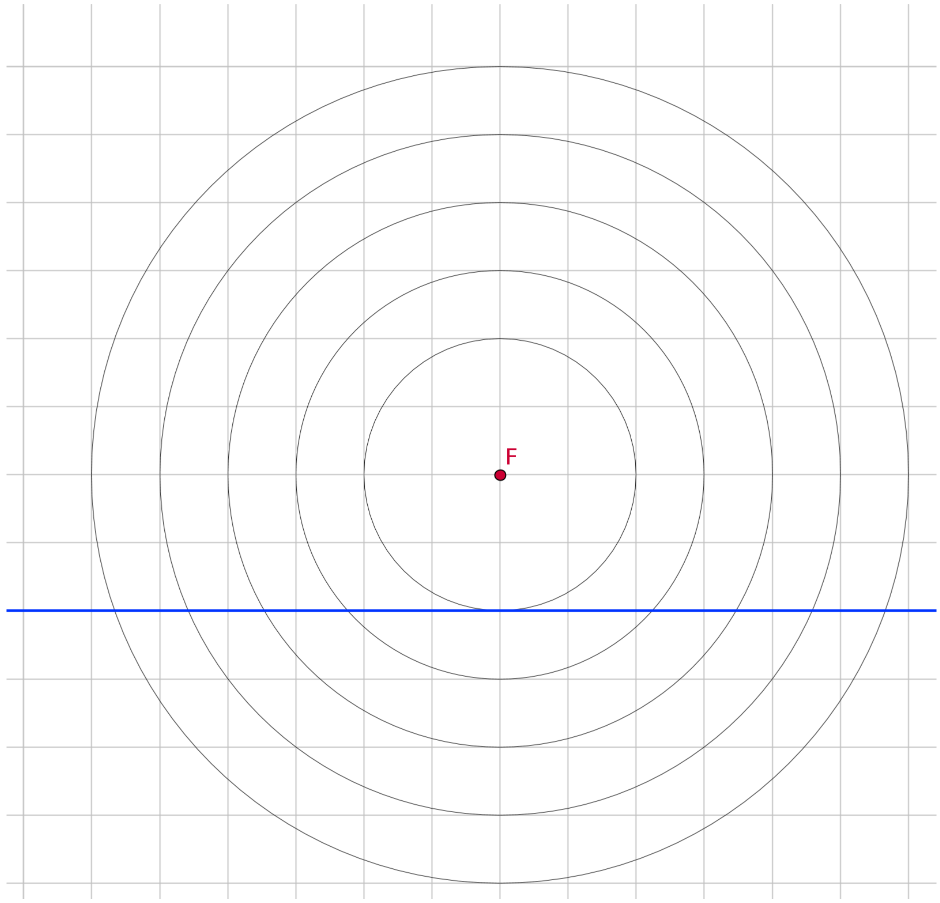
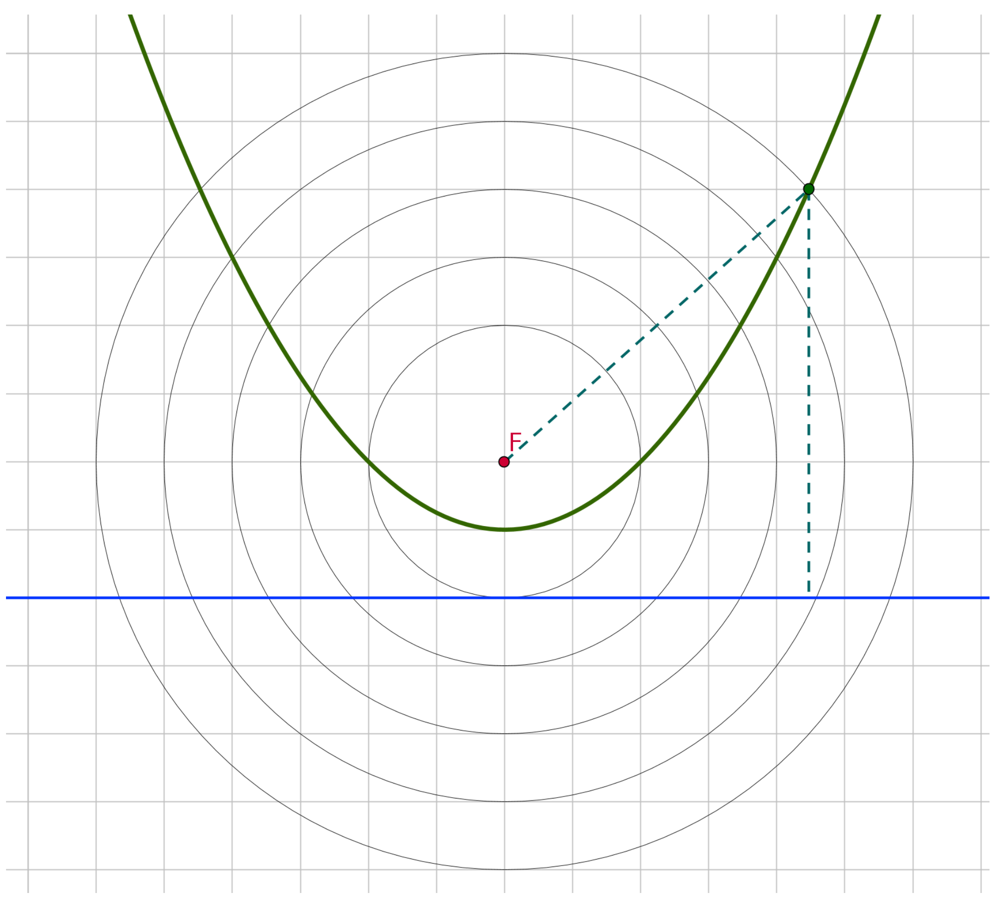
Geometrie einer Parabel: Der Abstand von Brennpunkt zu einem beliebigen Punkt auf der Parabel ist genau so groß wie der Abstand dieses Punktes zur Leitlinie, siehe Abbildung:

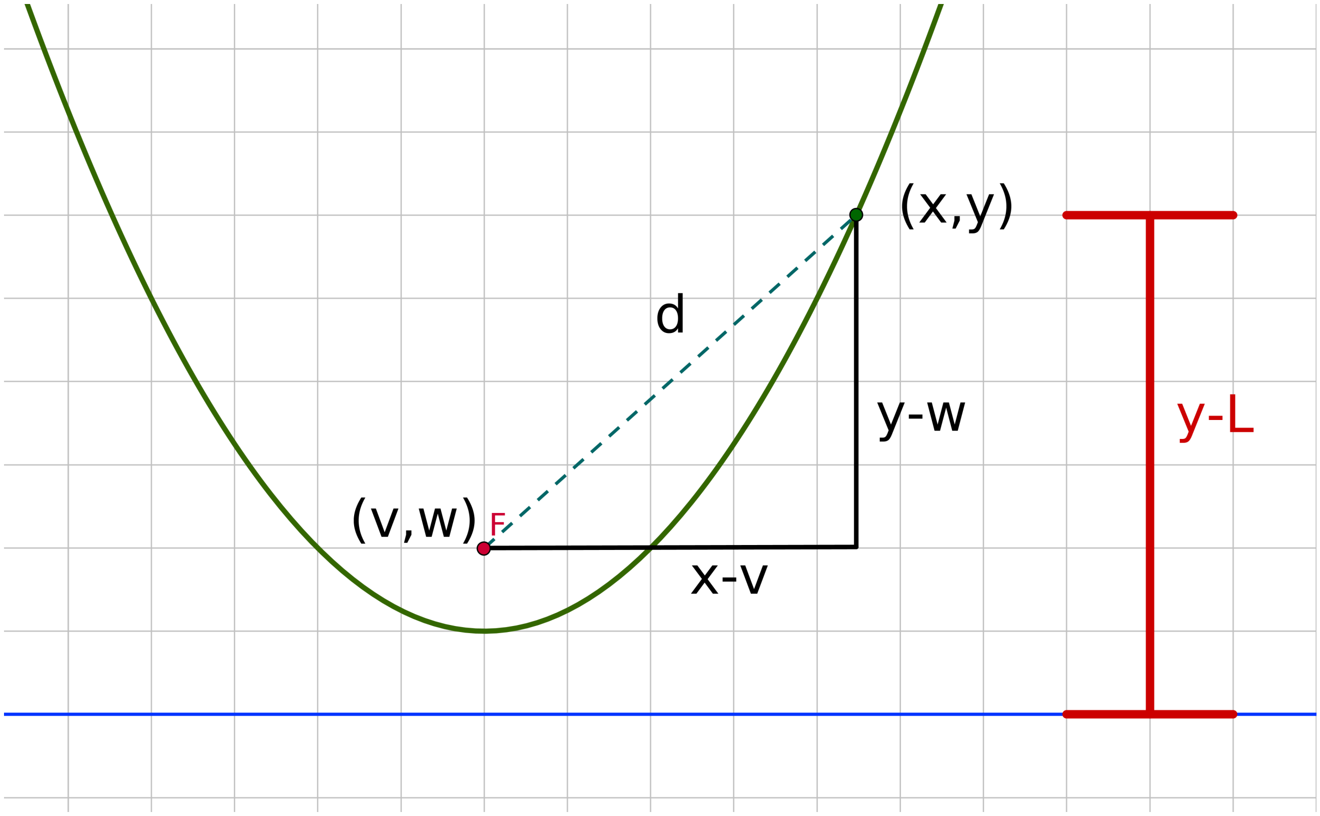


Aufgabe:
Konstruiere die Parabel. Brennpunkt und Leitlinie sind dabei vorgegeben:




F


F



Seien (v, w) die Koordinaten des Brennpunktes F und $y = L$ die Funktionsgleichung der Leitline, dann ist der Abstand d von F zu einem Punkt (x, y) auf der Kurve gegeben durch:

$$d = \sqrt{(x-v)^2 + (y-w)^2}$$

Der Abstand von (x, y) zu L ist $d = y - L$. Da beide Abstände gleich sind, folgt

$$\begin{aligned}
y - L &= \sqrt{(x-v)^2 + (y-w)^2} && \mid (\quad)^2 \\
(y-L)^2 &= (x-v)^2 + (y-w)^2 && \mid \text{Binom. Formeln} \\
y^2 - 2yL + L^2 &= x^2 - 2vx + v^2 + y^2 - 2wy + w^2 && \mid -y^2 - L^2 + 2wy \\
2wy - 2yL &= x^2 - 2vx + v^2 + w^2 - L^2 && \mid 2y \text{ ausklammern} \\
y \cdot 2(w-L) &= x^2 - 2vx + v^2 + w^2 - L^2 && \mid : 2(w-L)
\end{aligned}$$

und damit

$$\begin{aligned}
y &= \underbrace{\frac{1}{2(w-L)}}_{a} \cdot x^2 + \underbrace{\frac{v}{(L-w)}}_{b} \cdot x + \underbrace{\frac{v^2 + w^2 - L^2}{2(w-L)}}_{c} \\
y &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c
\end{aligned}$$