LOGARITHMUS Dr. Günther

Näherung: Ein Euro, der zu ca. 2,33% Zinsen pa. angelegt wird, benötigt etwa 100 Jahre um sich zu verzehnfachen (Es gilt $1,0233^{100}\approx 10$). Wählen wir ein Jahrhundert als eine Zeiteinheit, lässt sich mit der einfachen Funktion

$$f(x) = 10^x$$

rechnen. Dabei gibt f den Wert in Euro und x die Zeit in Jahrhunderten an.

1. Aufgabe:

Jemand legt einen Euro zu 2,33% Zinsen pa an.

- (a) Ermittle nach wie vielen Jahrhunderten (Zeiteinheiten) 10 Millionen Euro vorhanden sind.
- (b) Gib an nach wie vielen Jahrhunderten 1000 und wann 10000 Euro auf dem Konto sind.
- (c) Überlege wie die Zahlen 1000 und 10000 im Verhältnis zu 10 Millionen stehen und was für die Exponenten der entsprechenden Zehnerpotenzdarstellung dieser Zahlen gilt.
- 2. Aufgabe: (Lösungen aufs Blatt)

(a) Berechne:

Finde selber ein geeignetes Beispiel:

i.
$$\log 100 + \log 10 =$$
 $\log 1000 =$
ii. $\log 7 + \log 9 =$ $\log 63 =$
iii. $\log 2 + \log 6 =$ $\log 12 =$

(b) Für a, b > 0 gilt:

$$\log a + \log b =$$

Beweise das Logarithmengesetz.

3. Aufgabe:

(a) Berechne:

Finde selber ein geeignetes Beispiel:

$$\begin{array}{lll} \text{i. } \log 1000 - \log 10 = & \log 100 = \\ \text{ii. } \log 24 - \log 6 = & \log 4 = \\ \text{iii. } \log 35 - \log 7 = & \log 5 = \end{array}$$

(b) Für a, b > 0 gilt:

$$\log a - \log b =$$

Beweise das Logarithmengesetz.

4. Aufgabe:

(a) Berechne:

Finde selber ein geeignetes Beispiel:

$$\begin{array}{ll} \text{i.} \ 3 \cdot \log 10 = & \log 1000 = \\ \text{ii.} \ 2 \cdot \log 7 = & \log 49 = \\ \text{iii.} \ 4 \cdot \log 2 = & \log 16 = \end{array}$$

(b) Für a > 0 gilt:

$$n \cdot \log a =$$

Beweise das Logarithmengesetz für $n \in \mathbb{N}$.

(c) Seien a, b > 0. Löse die Gleichung $a^x = b$ mit dem dekadischen Logarithmus nach x auf.

5. Aufgabe:

Das radioaktive Isotop Kohlenstoff ^{14}C hat eine Halbwertszeit von etwa 5730 Jahren.

- (a) Informiere dich über die Radiocarbondatierung bzw. C-14 Methode, z.B. hier https://www.youtube.com/watch?v=loUOyJl2tSY.
- (b) In einem Knochen befinden sich noch 12% der Anfangs enthaltenen Menge ^{14}C . Berechne das Alter des Knochens.
- (c) "Ötzi" ist eine Gletschermumie aus der ausgehenden Jungsteinzeit (Neolithikum) bzw. der Kupferzeit (Eneolithikum, Chalkolithikum). Bei Ötzi fand man Kleidungsstücke, deren Pflanzenfasern noch 53% des natürlichen ¹⁴C-Gehalts aufwiesen. Berechne sein Alter.

 $^{^{1}}$ Von einer Anfangsmenge ^{14}C ist nach 5730 Jahren noch die Hälfte übrig.